0 A

Université Hassan II-Mohammedia

FSJES - Mohammedia

Filière Economie-Gestion

Semestre 2 – Module Méthodes quantitatives

Examen de Mathématiques II
Session de Mai 2010
Durée : 1H30

Documents non autorisés (sauf calculatrice)
Aucun échange de calculatrice n'est autorisé

Exercice 1 : Une suite géométrique est telle que la somme des ses cinq premiers termes est égale à 310 ($u_1+u_2+u_3+u_4+u_5=310$) et la somme des ses termes compris entre le quatrième terme et le huitième terme est égale à 2480 ($u_4+u_5+u_6+u_7+u_8=2480$). Donner la raison de cette suite et la somme de ses dix premiers termes.

Exercice 2 : Un capital C est placé à intérêts simples pendant 10 périodes au taux d'intérêts 9% par période. Sachant que l'intérêt de la 5ème période est égal à 9000, calculer la valeur définitive de ce placement.

Exercice 3 : Un capital C est placé pendant 12 périodes au taux d'intérêts i par période. Sachant que l'intérêt de la 3ème période est égal à 3307,50 et celui de la 6ème période est égal à 3828,85 ; calculer le taux d'intérêt i et la valeur définitive de ce placement.

Exercice 4 : Chaque fin d'année, un particulier place, sur un compte lui rapportant 6,5% (à intérêts composés) un capital de 4500 (Nombre de versements : 10). Une année après le dernier versement, il retire 20000 et trois années plus tard 25000. L'année suivante, il décide de clôturer son compte. Calculer le montant du dernier retrait.

Exercice 5 :

a) Calculer la valeur acquise immédiatement après le dernier versement d'une suite de 12 placements : les 4 premiers de 1500 chacun, les 4 suivants de 2500 chacun et les 4 derniers de 3500 chacun. Le taux d'intérêt est 7%

b) Un emprunt est remboursé par 12 versements : les 4 premiers de 3500 chacun, les 4 suivants de 2500 chacun et les 4 derniers de 1500 chacun. Le taux d'intérêt est 8%. Calculer le montant de cet emprunt

Exercice 6 : Une personne emprunte 60 000€ remboursables en 6 ans par le versement d'annuités calculées à 10%. Établir le tableau d'amortissement et **donner le coût** de cet emprunt dans chacun des cas suivants :

a) La procédure utilisée est celle des amortissements constants.
b) La procédure utilisée est celle du remboursement final.
c) La procédure utilisée est celle du remboursement par annuités constantes

CORRIGE (Mathématiques II – Mai 2010)

Exercice 1 : (3 points) Désignons par u_1 le premier terme de cette suite et **k** sa raison :

- (1) $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = u_1(1 + k + k^2 + k^3 + k^4) = 310$
- (2) $u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 = u_4(1 + k + k^2 + k^3 + k^4) = 2480$

On divise (2) par (1), sachant que $u_4 = k^3 u_1$ on obtient : $k^3 = 8$, donc $\underline{k = 2}$ **(1 point)**
On reporte dans (1) (par exemple) et on obtient $\underline{u_1 = 10}$ **(1 point)**

Par consequent : $\underline{u_1 + \dots + u_{10}} = u_1(1 + \dots + k^9) = u_1(k^{10} - 1)/(k-1) = \underline{10230}$ **(1 point)**

Exercice 2 : (2 points) A intérêts simples, les intérêts par période sont constants et de valeur commune Ci, ainsi Ci = 9000 c'est-à-dire C x 0,09 = 9000, donc **C = 100000 (1 point)**
La valeur définitive de ce placement est donc $V_D = C(1+ni) = 100000(1+10 \times 0,09) = \underline{\mathbf{190000}}$ **(1 point)**

$I_6 = I_3(1+i)$

Exercice 3 : (4 points) L'intérêt de la 3ème période étant différent de celui de la 6ème période, le placement est certainement à intérêts composés. L'intérêt de la 3ème période est calculé sur la base de la valeur acquise fin de la 2ème période : $I_3 = C_2\, i = C_0(1+i)^2 i = 3307,50$; L'intérêt de la 6ème période est calculé sur la base de la valeur acquise fin de la 5ème période : $I_6 = C_5\, i = C_0(1+i)^5 i = 3828,85$.
Nous avons alors $I_6 / I_3 = (1+i)^3 = 3828,85 / 3307,50 = 1,1576\dots$ on obtient $\underline{i = 5\%}$ **(2 points)**
On reporte dans I_3 et on obtient : $\underline{C_0 = 60000}$ **(1 point)**
La valeur définitive de ce placement est donc $V_D = C_0(1+i)^n = 60000 \times 1,05^{12} = \underline{\mathbf{107751,38}}$ **(1 point)**

Exercice 4 : (3 points) Immédiatement après les 10 versements de 4500, la valeur acquise est :
$V_1 = 4500\,(1,065^{10} - 1)/0,065 = \underline{60724,90}$, La valeur acquise une année plus tard après le retrait de 20000 est : $V_2 = V_1 \times 1,065 - 20000 = \underline{44672,02}$ et 3 années plus tard après le retrait de 25000 cette valeur acquise devient égale à $V_3 = V_2 \times 1,065^3 - 25000 = \underline{\mathbf{28961,55}}$. A la clôture du compte une année plus tard :

Le montant du dernier retrait est dons égal à : $V_4 = V_3 \times 1,065 = \underline{\mathbf{30844,05}}$ **(3 points)**

Exercice 5 : (4 points)

a)... $V_A = 1500((1,07^4 - 1)/0,07) \times \mathbf{1,07^8} + 2500((1,07^4 - 1)/0,07) \times \mathbf{1,07^4} + 3500((1,07^4 - 1)/0,07)$
$= (1500 \times 1,07^8 + 2500 \times 1,07^4 + 3500)((1,07^4 - 1)/0,07) = \underline{\mathbf{41532,42}}$ **(2 points)**

b)... $D_0 = 3500((1 - 1,08^{-4})/0,08) + 2500((1 - 1,08^{-4})/0,08) \times \mathbf{1,08^{-4}} + 1500((1 - 1,08^{-4})/0,08) \times \mathbf{1,08^{-8}}$
$= (3500 + 2500 \times 1,08^{-4} + 1500 \times 1,08^{-8})((1 - 1,08^{-4})/0,08) = \underline{\mathbf{20362,88}}$ **(2 points)**

Exercice 6 : (4 points)

ATS constants

a)

Période	Capital dû	Intérêts	Amortissements	Annuités
1	60 000	6000	10 000	16 000
2	50 000	5000	10 000	15 000
3	40 000	4000	10 000	14 000
4	30 000	3000	10 000	13 000
5	20 000	2000	10 000	12 000
6	10 000	1000	10 000	11 000

<u>Coût de cette procédure = somme des intérêts = **21 000**</u> **(1 point)**

Rembourssement finale

b)

Période	Capital dû	Intérêts	Amortissements	Annuités
1	60 000	6000	0	6 000
2	60 000	6000	0	6 000
3	60 000	6000	0	6 000
4	60 000	6000	0	6 000
5	60 000	6000	0	6 000
6	60 000	6000	60 000	66 000

<u>Coût de cette procédure = somme des intérêts = 36 000</u> (1 point)

Annuité constant

c)

Période	Capital dû	Intérêts	Amortissements	Annuités
1	60 000	6000	7776,44	13776,44
2	52223,56	5222,36	8554,08	13776,44
3	43669,48	4366,95	9409,49	13776,44
4	34259,99	3426	10350,44	13776,44
5	23909,55	2390,95	11385,49	13776,44
6	12524,06	1252,40	12524,04	13776,44

<u>Coût de cette procédure = somme des intérêts = 6 x annuité – 60 000 = 22 658,64</u> (2 points)

$$\boxed{D_0 = a\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

$a =$

$a = D_0 \times \frac{i}{(1+i)^{-n}}$

$$\boxed{a = D_0\,\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}}$$

$$\boxed{60000\,\frac{0{,}10}{1-(1+0{,}10)^{-6}}}$$

0,4355260699